# *Spiral plat avec courbes terminales*

## *Perturbations causées par l'inertie du spiral*

### *Cas d'une montre bracelet*

### Caractéristiques du spiral

Référence :E:\Résonateur (TA)\Data\Bal_spiral plat (ex num).mcd(R)

Dimensions $\quad ép = 0.03\,mm \quad ha = 0.15\,mm \quad S = 4.5\times 10^{-3}\,mm^2 \quad TOL := 10^{-12}$

$d2_{sp} = 4.52\,mm \quad d1_{sp} = 1.1\,mm \quad p_{sp} = 0.135\,mm \quad n_{sp} = 12.667 \quad m_s = 3.95\,mg$

$L := L_{sp} \quad L = 11.182\,cm \quad \psi_0 := 2\cdot\pi\cdot n_{sp} \quad \psi_0 = 4.56\times 10^3\,deg$

Position du piton $\quad r_P := 0.5\cdot d2_{sp} \quad \alpha_P := 0 \quad x_P := r_P\cdot cos(\alpha_P) \quad y_P := r_P\cdot sin(\alpha_P)$

$x_P = 2.26\,mm \quad y_P = 0\,mm \quad z_P := x_P + i\cdot y_P$

Position du point d'attache à la virole $\quad r_V := 0.5\cdot d1_{sp} \quad \alpha_V(\theta) := \psi_0 + \theta \quad x_V(\theta) := r_V\cdot cos(\alpha_V(\theta)) \quad y_V(\theta) := r_V\cdot sin(\alpha_V(\theta))$

Forme du spiral en fonction de l'élongation du balancier

$$a_0 := \frac{r_P - r_V}{\psi_0} \quad r_0(\alpha) := r_P - a_0\cdot\alpha \quad \psi(\theta) := \psi_0 + \theta \quad a(\theta) := \frac{r_P - r_V}{\psi(\theta)} \quad r(\alpha,\theta) := \frac{r_0(\alpha)\cdot L}{L + \theta\cdot r_0(\alpha)}$$

$$x(\alpha,\theta) := r(\alpha,\theta)\cdot cos(\alpha) \quad y(\alpha,\theta) := r(\alpha,\theta)\cdot sin(\alpha) \quad s(\alpha,\theta) := r_P\cdot\alpha - a_0\cdot\frac{\alpha^2}{2} \quad \alpha_0 := 120\cdot deg$$

(valeur de test)

Moment quadratique de section

Référence :E:\Résonateur (TA)\Tables\Modules J, I et W des barres élastiques.mcd(R)

$I_{33} := I_{f\_rect}(ép, ha)$

### *Calcul de la variation du moment d'inertie du spiral*

$\rho(\alpha,\theta) := r(\alpha,\theta) \qquad \rho(\alpha_0,\theta_0) = 2.026\,mm$

$$J_s(\theta) := \frac{m_s}{L^3}\cdot\int_0^{\psi(\theta)} \rho(\alpha,\theta)^2\cdot s(\alpha,\theta)^2\cdot r(\alpha,\theta)\,d\alpha \qquad J_s(0) = 1.98\,mg\cdot mm^2 \qquad J_s(\theta_0) = 1.69\,mg\cdot mm^2$$

ou bien: $\quad r_0(s) := \sqrt{r_P^2 - 2\cdot a_0\cdot s}$

$$J_s(\theta) := \frac{m_s}{L^3}\cdot\int_0^{L} \left(\frac{r_0(s)\cdot L}{L + \theta\cdot r_0(s)}\right)^2\cdot s^2\,ds \qquad J_s(0) = 1.98\,mg\cdot mm^2 \qquad J_s(\theta_0) = 1.767\,mg\cdot mm^2$$

## Calcul des coefficients de Haag

Par intégration numérique $\quad m := 2 \quad n := 0, 2 .. m$

$$\mathbf{A}_0 := \frac{1}{L^5} \cdot \int_0^L r_0(s)^2 \cdot s^2 \, ds$$

$$\mathbf{A}_2 := \frac{3}{L^7} \cdot \int_0^L r_0(s)^4 \cdot s^2 \, ds \qquad \mathbf{A}^T = \left(4.009 \times 10^{-5} \quad 0 \quad 2 \times 10^{-8}\right)$$

Approximativement:

$$A_0 := \frac{r_P^2 + 3 \cdot r_V^2}{(r_P + r_V)^2} \cdot \frac{1}{3 \cdot \psi_0^2} \qquad A_2 := \left[\frac{r_P^4 + 3 \cdot r_P^2 \cdot r_V^2 + 6 \cdot r_V^4}{(r_P + r_V)^4}\right] \cdot \frac{8}{5 \cdot \psi_0^4}$$

$$A^T = \left(4.009 \times 10^{-5} \quad 0 \quad 2 \times 10^{-8}\right)$$

## *Perturbation de période*

$$\delta_{Js}(\theta_0) := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot J_b} \cdot \int_0^\pi J_s(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \, d\varphi \qquad \mu_{Js}(\theta_0) := -86400 \cdot \delta_{Js}(\theta_0) \qquad \mu_{Js}(\theta_0) = -86.012$$

Par développement en série:

$$\delta d_{Js}(\theta_0) := \frac{m_s \cdot L^2}{2 \cdot J_b} \cdot \sum_n \left[\frac{n!}{2^n \cdot ((0.5 \cdot n)!)^2} \cdot \mathbf{A}_n \cdot \theta_0^{\,n}\right] \qquad \mu d_{Js}(\theta_0) := -86400 \cdot \delta d_{Js}(\theta_0) \qquad \mu d_{Js}(\theta_0) = -86.009$$

Approximativement:

$$\delta a_{Js}(\theta_0) := \frac{m_s \cdot L^2}{2 \cdot J_b} \cdot \sum_n \left[\frac{n!}{2^n \cdot ((0.5 \cdot n)!)^2} \cdot A_n \cdot \theta_0^{\,n}\right] \qquad \mu a_{Js}(\theta_0) := -86400 \cdot \delta a_{Js}(\theta_0) \qquad \mu a_{Js}(\theta_0) = -86.009$$

$j := 0 .. 10 \qquad \theta_j := j \cdot 30 \cdot deg \qquad \mu_j := \mu_{Js}(\theta_j) \qquad \mu d_j := \mu d_{Js}(\theta_j) \qquad \mu a_j := \mu a_{Js}(\theta_j)$

$\mu_0 = -85.535$

$\mu d_{Js}(0) = -85.535$

$\mu a_{Js}(0) = -85.535$